

Kapitel 3:

Wachstumstheoretische Grundlagen

Gliederung:

3.0 Einführung

3.1 Der Neoklassische Ansatz I: Konstante Sparquote (Solow-Modell)

3.2 Der Neoklassische Ansatz II: Intertemporale Nutzenmaximierung (Ramsey-Modell)

3.3 Neoklassische vs endogene Wachstumsmodelle

Basisliteratur:

- Bretschger, L. (1999), Growth Theory and Sustainable Development, Cheltenham: Edward Elgar.

Ergänzende Literatur:

- Barro, J.B. / Sala-i-Martin, X. (1998), Wirtschaftswachstum, München, Wien: Oldenbourg.
- Frenkel, M. / Hemmer, H.-R. (1999), Grundlagen der Wachstumstheorie, München: Vahlen.
- Maußner, A. / Klump, R. (1996): Wachstumstheorie, Berlin, Heidelberg: Springer.

3.0 Einführung

- Langfristiger Anstieg des Wertes der in einer Volkswirtschaft produzierten Güter und Dienstleistungen
- Messung:
 - i.d.R. als relative Aenderung des Bruttoinlandsprodukts (BIP):

- Allgemein:
$$g_x = \frac{x_{t_2} - x_{t_1}}{x_{t_1}} = \frac{\Delta x}{x}$$
 mit $g_x =$ Wachstumsrate von x

- BIP pro Jahr:
$$\frac{\text{BIP}(2005) - \text{BIP}(2004)}{\text{BIP}(2004)}$$

- Entwicklung des pro-Kopf-Einkommens:

häufig als Mass für Entwicklung des Lebensstandards verwendet

Zusammenhang zwischen Wachstumsrate und Zeitpfad des pro-Kopf Einkommens:

Entwicklung von y im Zeitverlauf:

$$g_y = \frac{y_1 - y_0}{y_0}$$

$$\Leftrightarrow y_1 = (1 + g_y) y_0$$

Periodenlänge = 1 \rightarrow

$$y_2 = (1 + g_y) y_1 = (1 + g_y)^2 y_0$$

$$y_3 = (1 + g_y)^3 y_0 \dots \text{ usw.}$$

Periodenlänge $\rightarrow 0$:

$$y_t = y_0 e^{g_y t} \quad \rightarrow \quad \text{exponentieller Anstieg von } y$$

Theoretische Analyse des Wirtschaftswachstums

Wachstumsmodelle

Wie wirken sich folgende Faktoren auf den Output an Gütern und Dienstleistungen einer Volkswirtschaft aus:

- Wachstum des Kapitalstocks
- Technischer Fortschritt

Neoklassischer Ansatz

- Grundmodell: Wachstum während Anpassung an langfristig gleichgewichtigen Zustand
- langfristiges Gleichgewicht:
 - Grundmodell (kein technischer Fortschritt) → konstantes pro-Kopf-Einkommen
 - erweitertes Modell: Einbeziehung von (exogenem) technischem Fortschritt
Konsequenz: langfristiges Wirtschaftswachstum möglich

- Annahmen bzgl. Verhalten der Haushalte:
 - Haushalte sparen/investieren konstanten Teil ihres Einkommens
(exogene Sparquote: Solow-Modell) → Abschnitt 3.1
 - Haushalte maximieren ihren intertemporalen Nutzen
(endogene Sparquote: Ramsey-Modell) → Abschnitt 3.2

Neuere Wachstumstheorie

- Alternative Modellierung der Produktionsseite der Volkswirtschaft
- Langfristiges Gleichgewicht:
 - positives Wirtschaftswachstum möglich
 - (**modellendogen** erklärt: Anreize zu Investitionen in F&E, Spillover,...)

3.1 Das Neoklassische Wachstumsmodell (Solow-Modell)

3.1.1 Das Modell

3.1.2 Langfristiges Gleichgewicht

3.1.3 Technischer Fortschritt

3.1.4 Optimaler Konsum

3.1.1 Das Modell

Allgemeine Charakteristika des Grundmodells:

- Sparquote exogen und konstant
- Geschlossene Volkswirtschaft ohne Staat
- Bevölkerung = Arbeitskräftepotential (keine Arbeitslosigkeit)

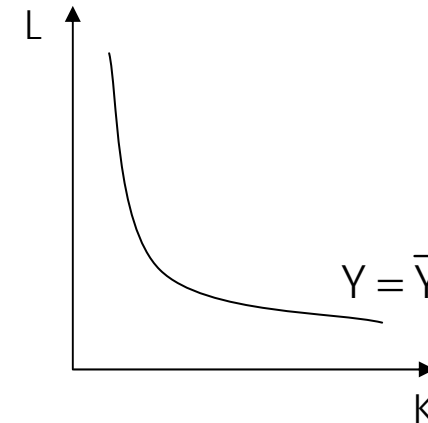
Unternehmensseite:

- Produktion von Gütern aus Kapital und Arbeit
- vollständige Konkurrenz (atomistische Konkurrenz, homogene Güter, Markttransparenz)
→ Konsequenz: ein einheitlicher Marktpreis, den einzelnes Unternehmen als gegeben ansieht

Neoklassische Produktionsfunktion:

$$Y = F(K, L) = F(K(t), L(t))$$

mit $Y = \text{Output}$
 $K = \text{Kapital}$
 $L = \text{Anzahl Arbeitende (konstant)}$



Substitution zwischen Arbeit und Kapital möglich:

Beispiel: $Y = K^\alpha L^{1-\alpha}$

Eigenschaften

1. **konstante Skalenerträge:** $aY = F(aK, aL)$ für jedes $a > 0$

Pro-Kopf-Betrachtung: $y = Y/L = \text{Output pro Arbeitskraft}$

$k = K/L = \text{Kapital pro Arbeitskraft}$

→ wird vereinfacht durch Annahme konstanter Skalenerträge:

$$\rightarrow y = Y/L = F(K/L, 1) = F(k, 1) = f(k)$$

2. positives, fallendes Grenzprodukt des Kapitals (GP):

$f_k > 0$: positives GP: Anstieg von y bei Anstieg von k

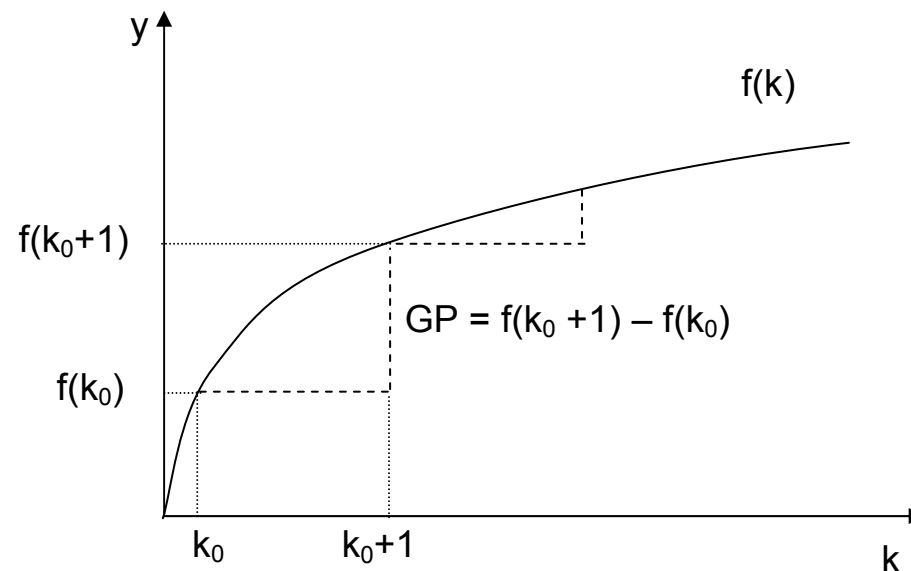
$f_{kk} < 0$: fallendes GP: je höher k , desto geringer zusätzliches y , welches mit zusätzlicher Einheit von k produziert werden kann

→ positive, fallende Steigung von $f(k)$

3. Inada-Bedingungen:

wenn $k \rightarrow 0$, dann $f_k \rightarrow \infty$

wenn $k \rightarrow \infty$, dann $f_k \rightarrow 0$



Sparen und Konsum

Sparquote s :

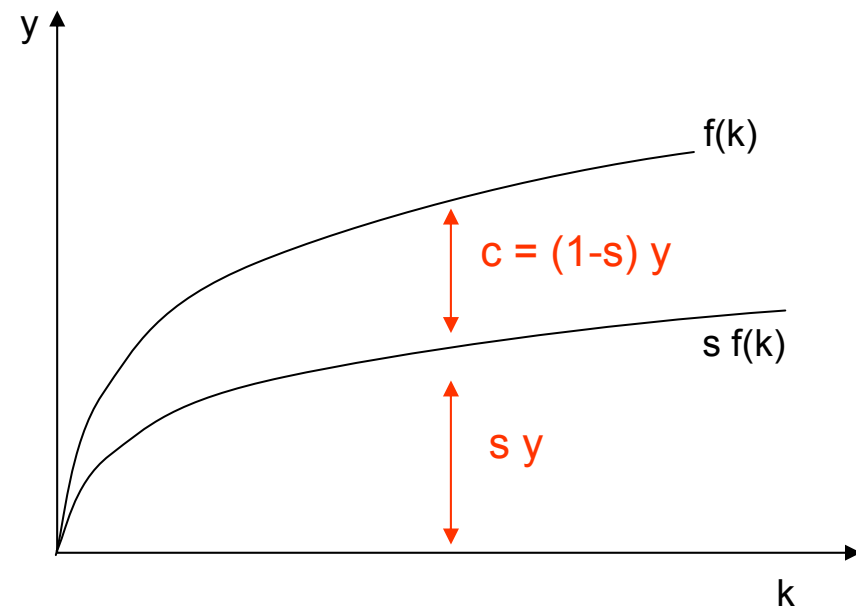
- Anteil am Einkommen, welcher gespart wird
- Exogener Parameter!

Ersparnis pro Kopf:

$$\begin{aligned} s y &= s f(k) \\ &= y - c \end{aligned}$$

Konsum pro Kopf:

$$c = (1-s) y = (1-s) f(k)$$

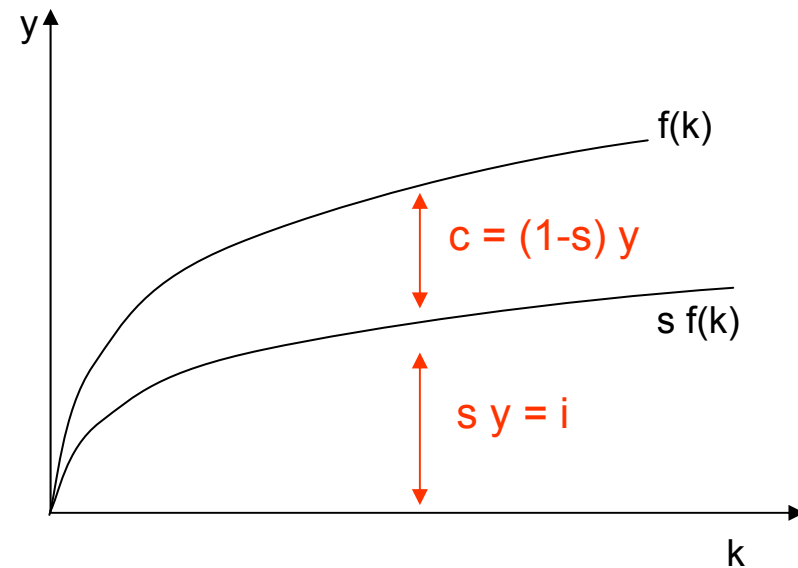


Entwicklung des Kapitalstocks I

Positiver Effekt auf Kapitalstock: **Investitionen**

- Haushalte sparen
- Verwendung der Ersparnis:
Erhalt und Aufbau des Kapitalstocks (Investition)

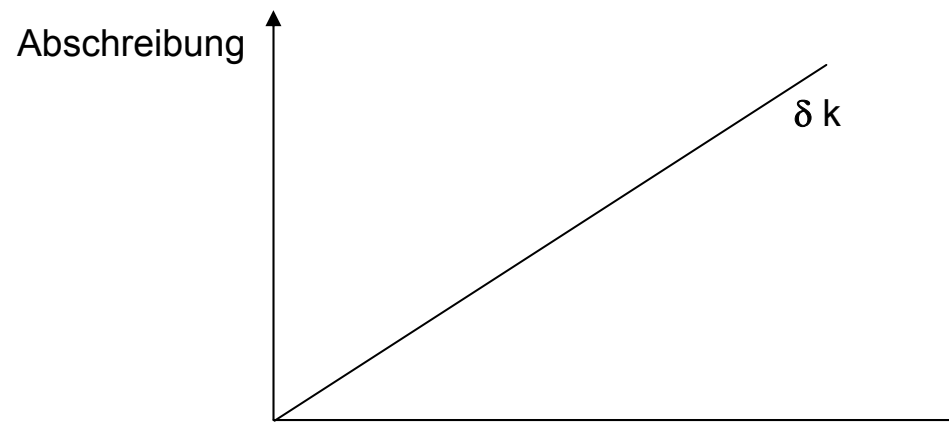
$$\begin{aligned} \text{Investitionen} &= \text{Sparen} \\ i &= sy = sf(k) \end{aligned}$$



Entwicklung des Kapitalstocks II

Negativer Effekt auf Kapitalstock: **Abschreibungen**

- Abschreibungsrate (δ):
Anteil des Kapitalstocks, der in jeder Periode "verbraucht" (abgenutzt) wird
- Abschreibungen = δk



Entwicklung des Kapitalstocks III

Änderung des Kapitalstocks = Investition – Abschreibung

$$\Delta k = i - \delta k$$

$$\Delta k = sf(k) - \delta k$$

sogenannte Bewegungsgleichung des Kapitalstocks

(Kerngleichung des Solow-Modells)

- beschreibt Entwicklung des Kapitalstocks im Zeitverlauf
- diese bestimmt wiederum die Entwicklung der anderen Variablen:

pro-Kopf Einkommen: $y = f(k)$

Konsum: $c = (1-s)y = (1-s)f(k)$

3.1.2 Langfristiges Gleichgewicht (steady state)

Allgemeine Definition eines langfristiges Gleichgewichts: alle Variablen wachsen mit konstanter Rate

Im Solow-Modell: Gleichgewicht bei Wachstumsrate = 0 $(g_k = g_y = 0)$

Kapitalstock im Zeitverlauf konstant ("Steady State"): $\Delta k = 0$

- impliziert: $\Delta k = 0 \Leftrightarrow sf(k^*) = \delta k^*$

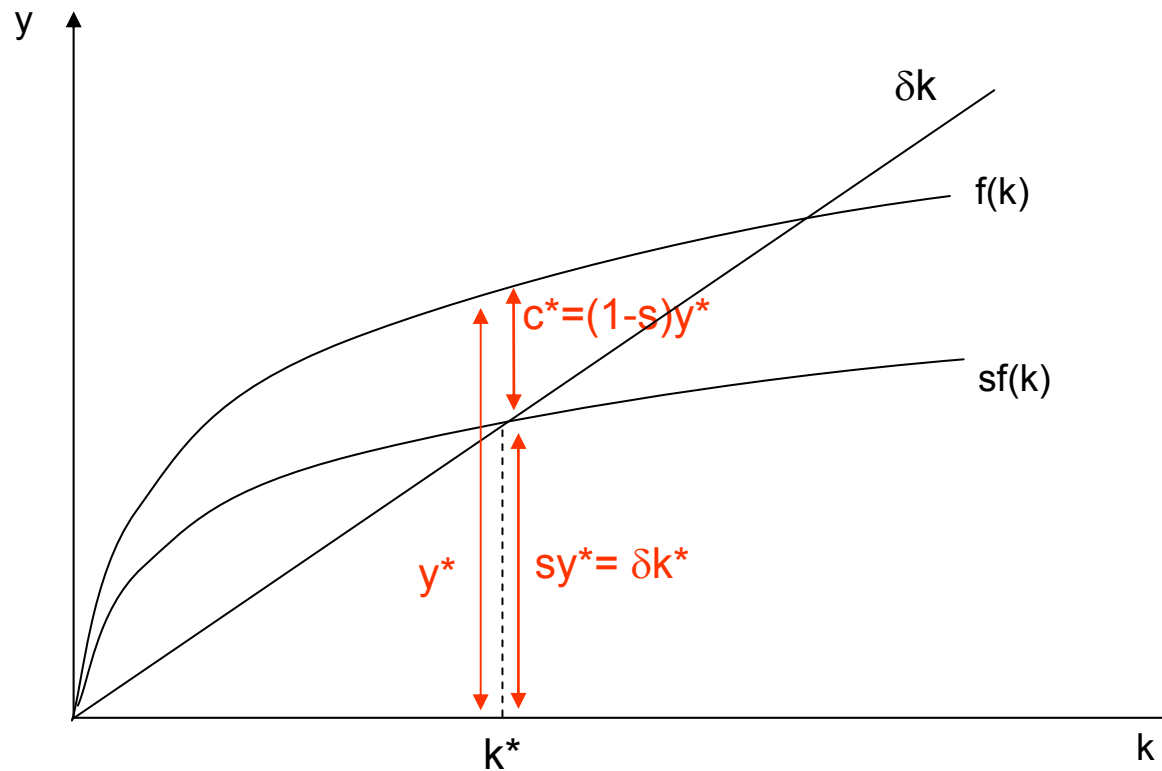
Sparen = Abschreibungen

(k^* = gleichgewichtiger Kapitalstock pro Kopf)

bei k^* :

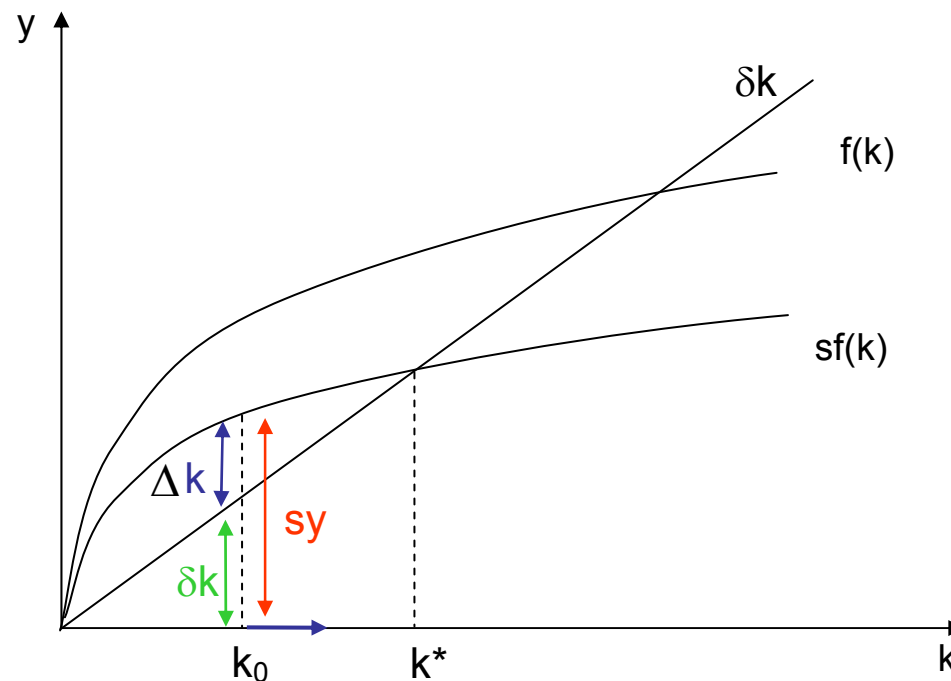
gerade soviel gespart/investiert, wie zum Erhalt des Kapitalstocks notwendig

Graphische Darstellung:



Anpassungswachstum zum langfristigen Gleichgewicht I

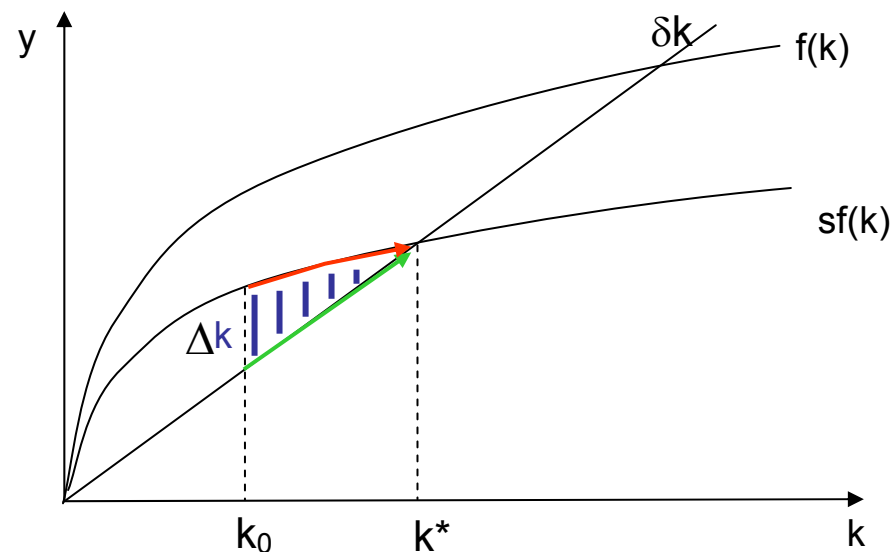
- Annahme: $k_0 < k^*$
- In k_0 :
tatsächliche Ersparnis (sy) > zum Erhalt von k notwendige Ersparnis (δk)
→ Kapitalbestand pro Kopf steigt: $\Delta k > 0$



Anpassungswachstum zum langfristigen Gleichgewicht II

- Im Zuge von $k \uparrow$ wird zusätzliche Ersparnis immer geringer, während die Abschreibung linear mit k steigt.
- In k^* :
Ersparnis = Abschreibungen
Akkumulation zusätzlichen Kapitals kommt zum Stillstand ($\Delta k = 0$).

Gleichgewicht stabil: Bei $k_0 \neq k^*$ Anpassung hin zum langfristigen Gleichgewicht

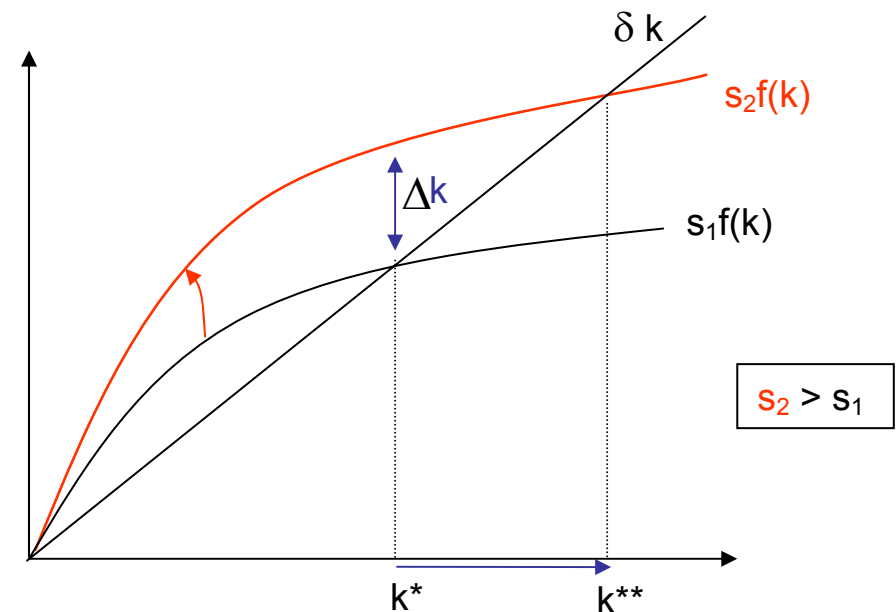


Änderung der Parameter

- Lage der Sparfunktion und damit auch k^* , y^* und c^* durch exogene Parameter (s und δ) bestimmt
- Änderung der Parameter: Drehung der entsprechenden Kurven
 - $s \uparrow$: Drehung der Sparfunktion nach oben
 - $\delta \uparrow$: Drehung der Abschreibungsfunktion nach oben

Beispiel: Anstieg von s

- Anstieg des langfristigen Kapitalstocks (k^{**})
- Aber:
 - langfristig nur Niveaueffekt
 - Wachstumseffekt nur während Anpassung zum neuen Gleichgewicht



3.1.3 Technischer Fortschritt

- bisher: kein langfristiges Wachstum
- Empirie: Volkswirtschaften wachsen über lange Zeiträume mit positiver Rate
- Grund für Nullwachstum im Modell:
Fallende Grenzproduktivität des Kapitals
- Kompensation der fallenden Kapitalproduktivität:
 - effizienterer Einsatz der vorhandenen Produktionsfaktoren notwendig
 - d.h. mit gegebenem Faktoreinsatz mehr Output produzieren

Beispiel: „Arbeitssparender“ technischer Fortschritt:

Gleiche Menge an Output mit geringerer Menge an Arbeit produzierbar

bzw.

Mehr Output mit gleicher Menge an Arbeit produzierbar

- Neue Produktionsfunktion: $Y = F(K, A \cdot L)$, bzw. $y = f(k, A)$

mit A = Arbeitsproduktivität

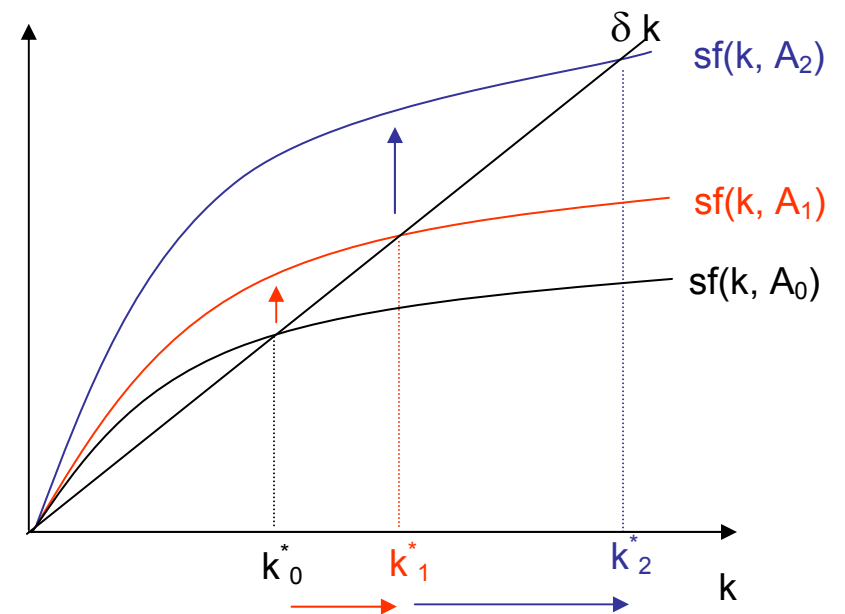
- $A \cdot L$: effektiver Arbeitseinsatz
- Erhöhung der Arbeitsproduktivität → gleicher Effekt wie Erhöhung von L

Anstieg der Arbeitsproduktivität im Zeitverlauf: $A_0 < A_1 < A_2$

$A \uparrow$: Anstieg der Produktionsniveaus für gegebene Inputmengen

→ Drehung der Produktionsfunktion nach außen

→ Erhöhung des gleichgewichtigen Kapitalstocks



Gleichgewichtswachstum (konstante Wachstumsrate)

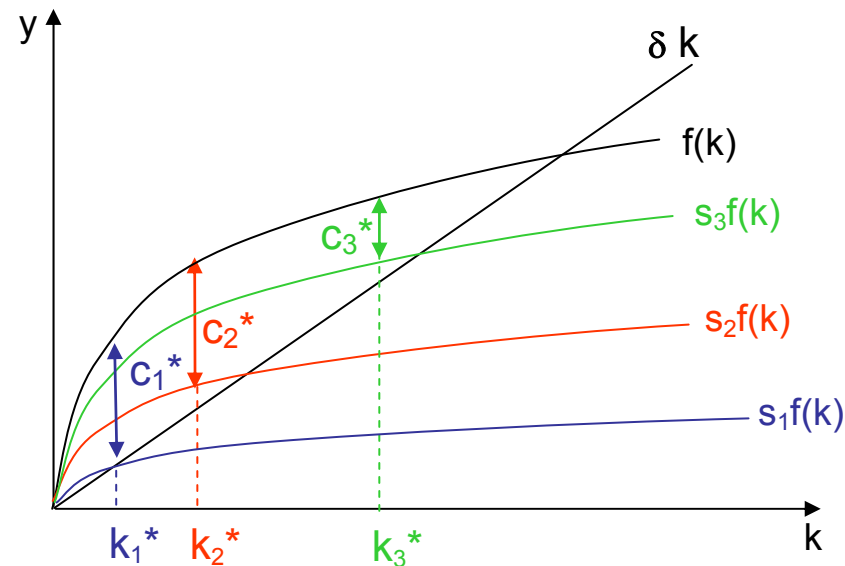
Erfordert, dass Wachstumsrate von A ebenfalls konstant

Dann gilt: $\rightarrow g_A = \frac{\Delta A}{A} = g_y = g_k$

3.1.4 Optimaler Konsum

- Optimalität
 - Generelle (normative) Fragestellung: Was ist optimal? Kriterium?
 - z.B.
 - maximaler Output
 - maximaler Kapitalstock
 - maximaler Konsum
 - Antwort abhängig von Wahl des Optimalitätskriteriums
- Solow-Modell: i.d.R. Optimalitätskriterium maximaler pro-Kopf-Konsum
 - d.h. also: $\max c^*$
 - Suche nach Sparquote s , die c^* maximiert

- Vergleich Konsum bei unterschiedlichen Sparquoten: $s_1 < s_2 < s_3$



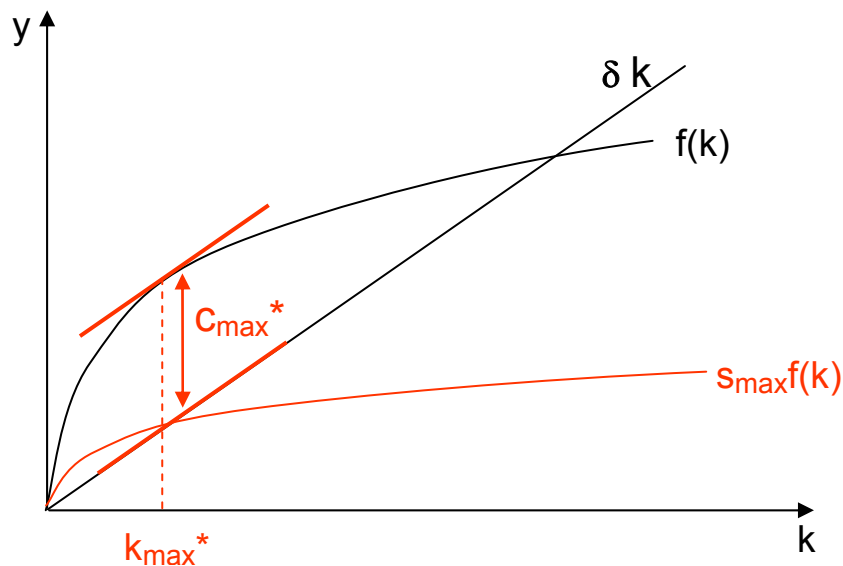
- gleichgewichtiger pro-Kopf-Konsum c^* steigt zunächst mit s und sinkt schliesslich wieder

Frage: bei welcher Sparquote ist c^* maximal?

- c^* maximal, wenn Abstand zwischen $y=f(k)$ und δk am grössten
- genau dann, wenn Steigung beider Funktionen gleich ist: $f'(k) = \delta$



„Goldene Regel der Kapitalakkumulation“



Intuition:

- c steigt, solange bei Anstieg von k das zusätzlich produzierbare y die zum Erhalt von k notwendige zusätzliche Ersparnis ($= \delta k$) übersteigt
 - c^{\max} erreicht, wenn zusätzlicher Output gerade zusätzlicher Abschreibung entspricht, d.h. wenn: $f'(k) = \delta$
 - Gleichgewichtiger Kapitalstock: k_{\max}^*
- s_{\max} : Sparquote, bei der im Gleichgewicht $k = k_{\max}^*$

3.2 Der Neoklassische Ansatz II: Intertemporale Nutzenmaximierung (Ramsey-Modell)

- 3.2.1 Budgetrestriktion und Intertemporale Nutzenfunktion
- 3.2.2 Intertemporales Haushaltsoptimum
- 3.2.3 Die Keynes-Ramsey Regel
- 3.2.4 Unternehmensoptimum
- 3.2.5 Langfristiges Gleichgewicht

3.2.1 Budgetrestriktion und Intertemporale Nutzenfunktion

Spar-/Investitionsverhalten der Haushalte wichtige Determinante für Wirtschaftsentwicklung

ABER bei Solow-Modell:

- Sparquote exogen gegeben
- keine ökonomische Analyse des Sparverhaltens (unabhängig von ökonomischen Einflussfaktoren wie Einkommen, Kapital, Umwelt...)
- unbefriedigend

Modifikation:

- Haushalte treffen Entscheidung über Sparen – und damit heutige und zukünftige Konsummöglichkeiten –, so dass Lebenszeitnutzen maximal
- Konsequenz: Sparquote endogen

Grundlegende Annahmen:

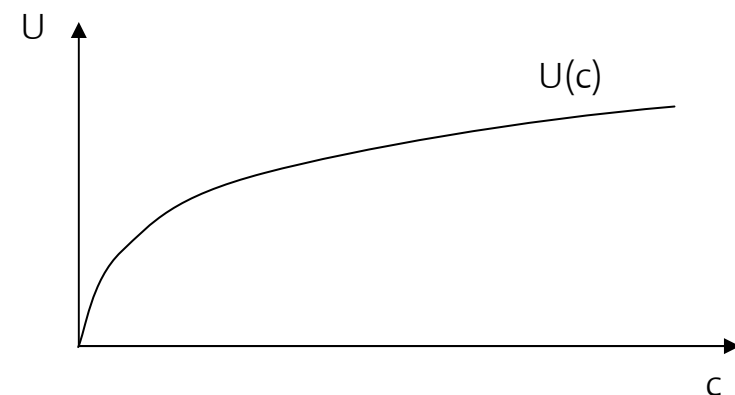
- Intertemporale Nutzenmaximierung: Haushalte maximieren intertemporalen Nutzen, der abhängt von heutigem und zukünftigem Konsum
- Zur Vereinfachung: Betrachtung eines repräsentativen Haushaltes, der zwei Perioden lebt

Intertemporale Nutzenfunktion

- Nutzenfunktion: $U(c_t) =$ Nutzen in Periode t aus Konsum in Periode t , $t = 1, 2$

positiver, fallender Grenznutzen:

$$U_c > 0$$
$$U_{cc} < 0$$



- positive Diskontrate ρ :
 - Haushalte schätzen zukünftigen Konsum geringer als heutigen
 - Grund: Ungeduld, Unsicherheit über zukünftige Entwicklung,...
 - diskontieren Nutzen aus Periode 2 mit Rate ρ

Gegenwartswert der Nutzen aus Konsum in Periode 1 und 2:

- Periode 1: $U(c_1)$
- Periode 2: $U(c_2) / (1+\rho)$

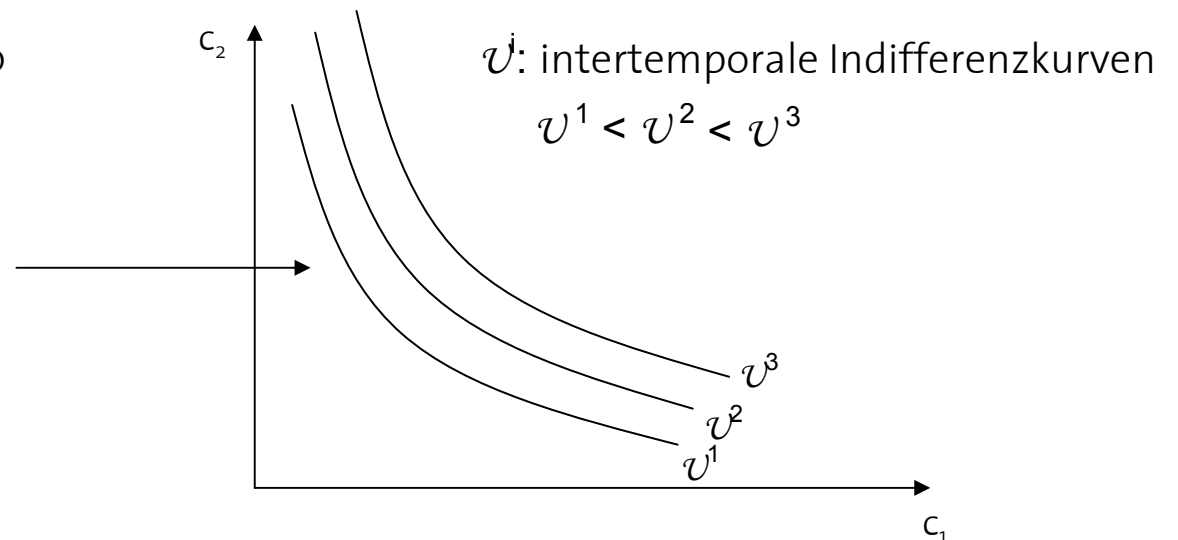
Gesamtnutzen aus heutiger Sicht: $V = U(c_1) + \frac{U(c_2)}{1+\rho}$

Graphische Darstellung mit Hilfe intertemporaler Indifferenzkurven

- Intertemporale Indifferenzkurve: Kombinationen von c_1 und c_2 , welche gleichen Gegenwartsnutzen, \mathcal{U} , stiften
- d.h. entlang Indifferenzkurve:
Nutzniveau konstant, d.h. $d\mathcal{U} = 0$

Steigung: $\frac{dc_2}{dc_1} = -\frac{\mathcal{U}_{c_1}}{\mathcal{U}_{c_2}}$

$$(d\mathcal{U} = \mathcal{U}_{c_1} dc_1 + \mathcal{U}_{c_2} dc_2 = 0)$$

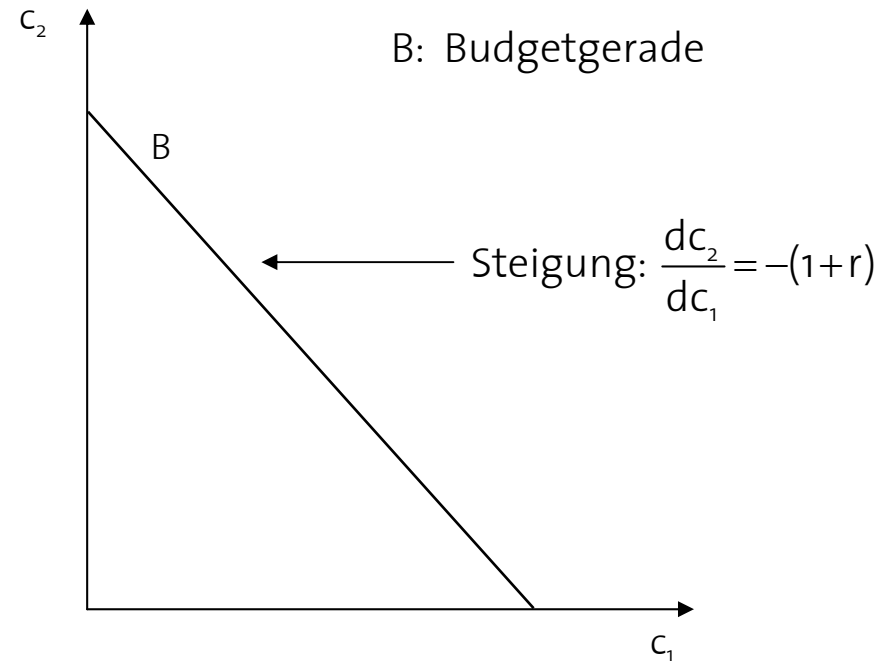


Budgetrestriktion

	Periode 1	Periode 2
Einnahmen	Arbeitseinkommen y_1^L	Arbeitseinkommen y_2^L Verzinstes Ersparnis $(1+r)s_1$
Verwendung	Konsum c_1 Ersparnis $(y_1^L - c_1)$	Konsum c_2
Budgetrestriktion in einzelner Periode	$c_1 = y_1^L - s_1$ wobei $s_1 < > 0$	$c_2 = y_2^L + (1+r) s_1$
Intertemporale Budgetrestriktion	$c_2 = (1+r)(y_1^L - c_1) + y_2^L$	

- Haushalt kann Geld leihen/investieren zum gegebenen Marktzinssatz
- Periode 2: Rückzahlung der Kredite (negative Ersparnis), Verbrauch des gesamten Vermögens, da positives Vermögen am Ende des Planungshorizontes keinen Nutzen stiftet

Graphische Darstellung der Konsummöglichkeiten

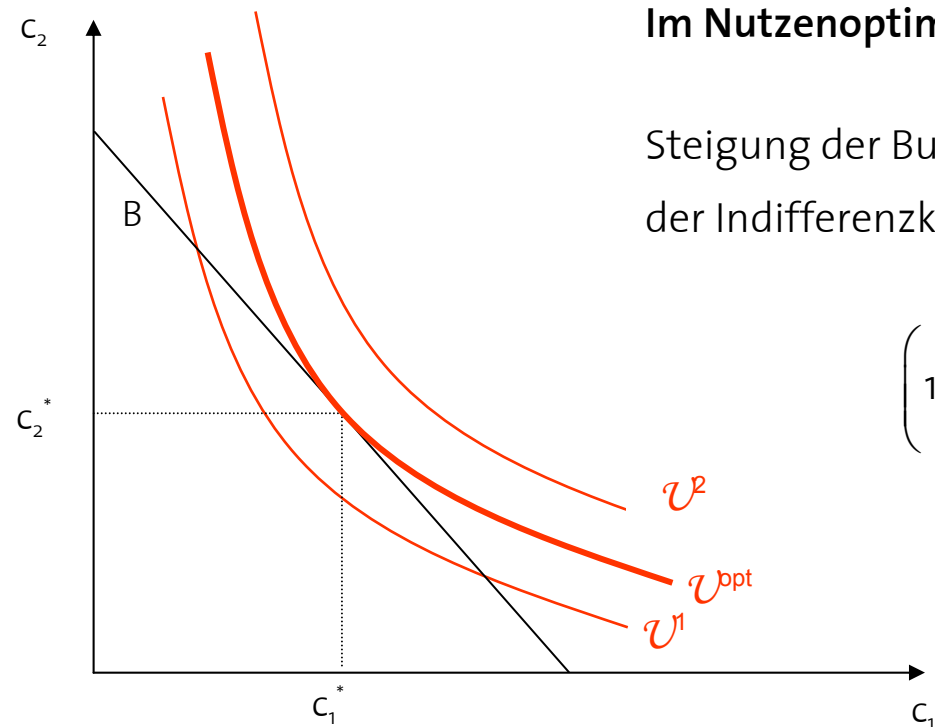


Budgetgerade: alle effizienten Konsumentscheide

Welcher Punkte entlang der Budgetgeraden wird vom Haushalt gewählt?

3.2.2 Intertemporales Haushaltsoptimum

Graphisch:



Im Nutzenoptimum:

Steigung der Budgetgerade = Steigung der Indifferenzkurve :

$$\left(1+r = \frac{v_{c_1}}{v_{c_2}} \right)$$

- Optimales Nutzenniveau: v^{opt} (v^1 : Nutzen noch steigerbar, v^2 : nicht erreichbar)

3.2.3 Keynes-Ramsey-Regel

- ...beschreibt Zusammenhang zwischen
 - Wachstumsrate des Konsums g
 - Zinssatz r und
 - Diskontrate ρ

- Ableitung der Regel aus Bedingung für Nutzenmaximum, d.h. aus $1+r = \frac{v_{c_1}}{v_{c_2}}$

- Annahme: Spezielle Nutzenfunktion: $U(c_t) = c_t^{1-\gamma} \rightarrow v = c_1^{1-\gamma} + \frac{c_2^{1-\gamma}}{(1+\rho)}$

- Intertemporales Nutzenmaximum: $1+r = \frac{v_{c_1}}{v_{c_2}} \Leftrightarrow 1+r = (1+\rho) \left(\frac{c_1}{c_2} \right)^{-\gamma}$

Verhältnis Konsum Periode 1 zu Konsum Periode 2: $1+r = (1+\rho) \left(\frac{c_1}{c_2} \right)^{-\gamma} \Leftrightarrow \frac{c_2}{c_1} = \left(\frac{1+r}{1+\rho} \right)^{\frac{1}{\gamma}}$

Wachstumsrate von c: $g_c = \frac{\Delta c}{c} = \frac{c_2 - c_1}{c_1} = \frac{c_2}{c_1} - 1 = \left(\frac{1+r}{1+\rho} \right)^{\frac{1}{\gamma}} - 1$

Bisher: Periodenlänge = 1 (diskrete Zeit):

Nun: Periodenlänge $\rightarrow 0$ (stetige Zeit):

- Logarithmieren: $\underbrace{\ln(1+g_c)}_{\cong g_c} = \frac{1}{\gamma} \left[\underbrace{\ln(1+r)}_{\cong r} - \underbrace{\ln(1+\rho)}_{\cong \rho} \right]$
- Für kleine Werte von g_c , r , und ρ :

Keynes-Ramsey Regel: $g_c = \frac{1}{\gamma}(r - \rho)$

Interpretation der Keynes-Ramsey Regel I: $g_c = \frac{1}{\gamma}(r - \rho)$

Aussagen über Vorzeichen sowie Höhe von g_c (und damit über Ersparnis)

Vorzeichen abhängig von r und ρ :

r = Zinssatz auf Ersparnis:

Mittel, die dem HH in der nächsten Periode für Konsum zur Verfügung stehen, wenn er heute spart und auf Konsum verzichtet

ρ = Diskontrate:

Beschreibt, um wieviel der HH Konsum in der nächsten Periode weniger schätzt als heutigen Konsum

→ Sparen, bzw. Konsumverzicht, wenn die Verzinsung für den Nutzenverlust durch Verschiebung des Konsums kompensiert ($r > \rho$)

→ Höhe der Ersparnis bestimmt sich endogen und zinsabhängig

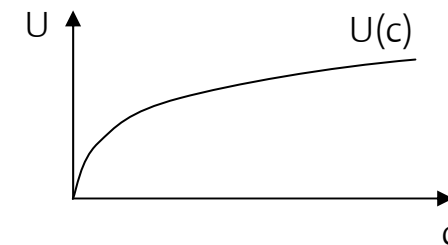
Interpretation der Keynes-Ramsey Regel II

Höhe von g_c bestimmt durch

- Differenz zwischen r und ρ
- γ

Interpretation γ :

- Parameter der Nutzenfunktion ($U(c_t) = c_t^{1-\gamma}$), der die Krümmung der Nutzenfunktion beschreibt (wie schnell sinkt der Grenznutzen aus c)
- Starke Krümmung (hohes γ):
 - HH präferieren gleichmäßigere Verteilung des Konsums im Zeitablauf
 - geringere Wachstumsrate optimal



3.2.4 Unternehmensoptimum

- Optimale Produktionsentscheidung folgt aus Gewinnmaximierung der Unternehmen
- Gewinn: $\Pi = p_y F(K,L) - r K - w L - \delta K$ mit $p_y =$ Preis von y (zur Vereinfachung: $p_y = 1$)
 $w =$ Lohnsatz
- Bedingungen erster Ordnung:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial K} = 0 \quad \Rightarrow \quad r = F_K - \delta \quad \Leftrightarrow \quad r = f_k - \delta$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial L} = 0 \quad \Rightarrow \quad w = F_L$$

3.2.5 Langfristiges Gleichgewicht

- **Simultanes Optimum von Unternehmen und Haushalten:**

- Haushalte: $g_c = \frac{1}{\gamma}(r - \rho)$

- Unternehmen: $r = f'_k - \delta$

→ einsetzen von r in g:

Simultanes Optimum: $g_c = \frac{1}{\gamma}(f'_k - \delta - \rho)$

- **Entwicklung des Kapitalstocks**

Änderung des Kapitalstocks: Ersparnis minus Abschreibungen (vgl. neoklassisches Modell):

$$\dot{k} = \underbrace{f(k) - c}_{\substack{\uparrow \\ \text{Ersparnis (Solow-Modell: } f(k) - c = sf(k) \text{)}}} - \delta k$$

Langfristiges Gleichgewicht:

- ohne technischen Fortschritt wiederum: $g_c = g_y = 0$, bzw. $\Delta k = \Delta y = 0$

$\Delta c = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \rho = f'_k - \delta$ $\Delta k = 0 \quad \Leftrightarrow \quad c = f(k) - \delta k$
--

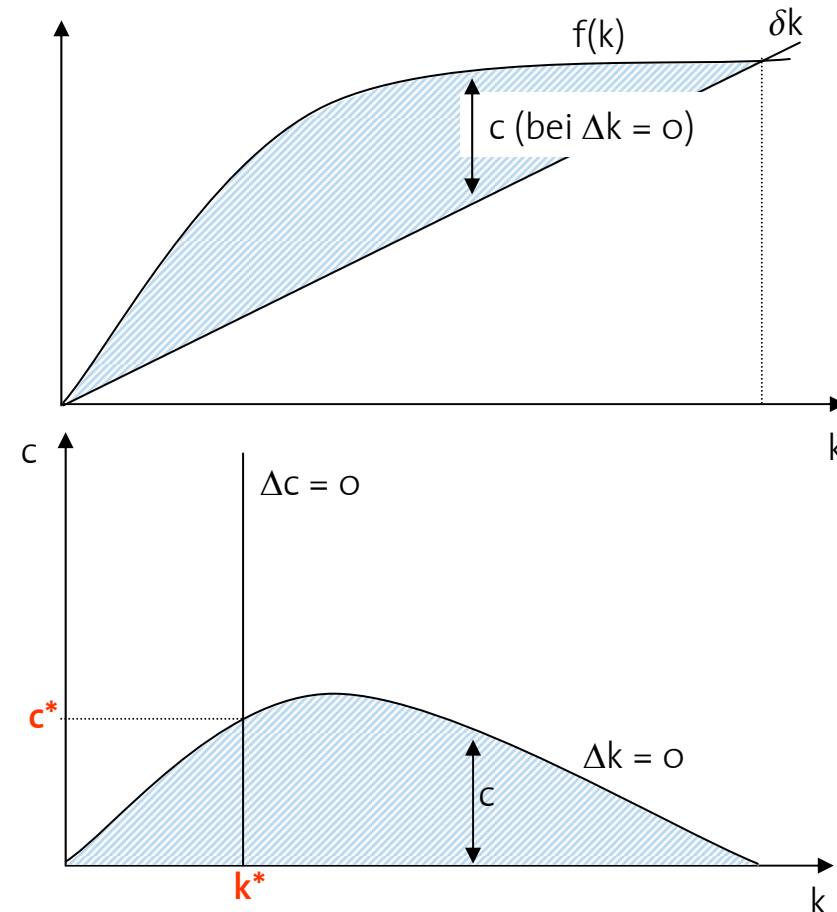
- $c = f(k) - \delta k$: Aenderung des Kapitalstocks im Zeitablauf = 0, wenn...
 ...Output, der nicht für Erhalt des Kapitalstocks verwendet wird, konsumiert wird
- $\rho = f'_k - \delta$: Aenderung des Konsums im Zeitablauf = 0, wenn...
 ..Grenzprodukt des Kapitals (= Zinssatz) gerade der Diskontrate entspricht
 → Haushalte indifferent zwischen Konsum heute und Konsum in der Zukunft

Graphische Darstellung:

$$\Delta k = 0 \quad \Leftrightarrow \quad c = f(k) - \delta k$$

$$\Delta c = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \rho = f'_k - \delta$$

Gleichgewicht: c^*, k^*



Vergleich mit Optimum in Solow Modell

Ramsey-Modell:

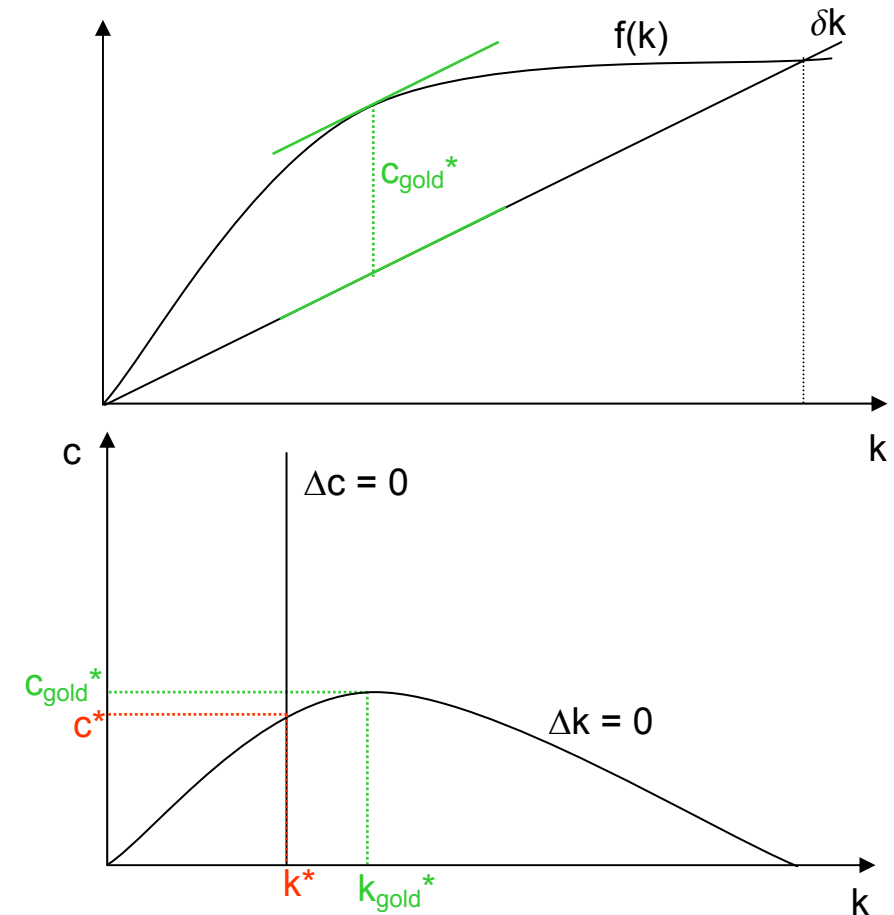
- Optimaler Kapitalstock: $f'(k^*) = \rho + \delta$

Solow-Modell:

- maximaler pro-Kopf Konsum optimal (c_{gold}^* , k_{gold}^*)
- Optimaler Kapitalstock: $f'(k_{\text{gold}}^*) = \delta$

→ $f'(k)$ im Ramsey-Optimum immer höher,
so dass:

$$k^* < k_{\text{gold}}^*$$



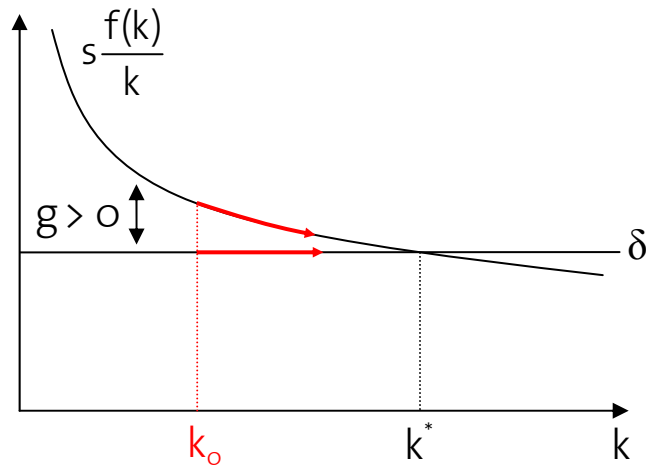
3.3 Endogene Wachstumsmodelle

Ziel: Erklärung langfristigen Wirtschaftswachstums ohne Rückgriff auf exogenen technischen Fortschritt

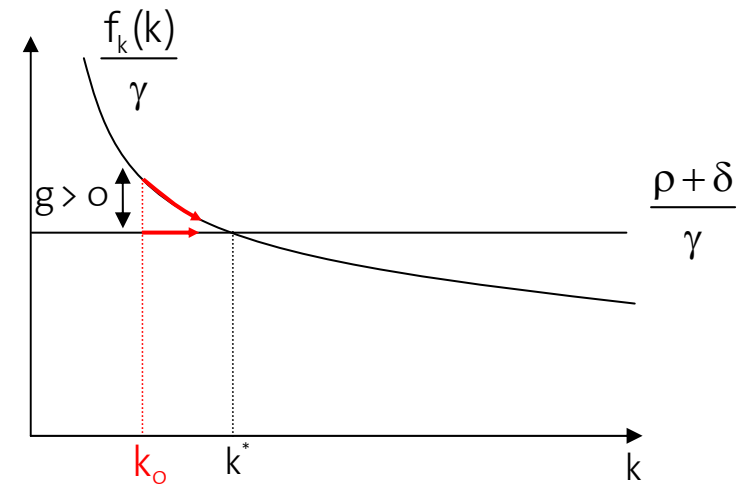
Die Rolle der Grenzproduktivität des Kapitals

- Bisher: c und k im Gleichgewicht konstant, sofern kein exogener technischer Fortschritt
- Grund: abnehmendes Grenzprodukt von k

Solow-Modell: $g = s \frac{f(k)}{k} - \delta$



Ramsey-Modell: $g = \frac{1}{\gamma} (f_k - \delta - \rho)$



Voraussetzung für langfristiges Wachstum:

- Konstante Grenzerträge des Kapitals
(Jedoch: Empirisch → Fallende Grenzerträge bzgl. des Einsatzes von physischem Kapital)

→ Alternative Modellierung der Produktionstechnologie

einfachster Ansatz:

- Konstante Skalenerträge bzgl. eines aggregierten Kapitalstocks: $f(k) = Ak$
- sogenanntes AK-Modell

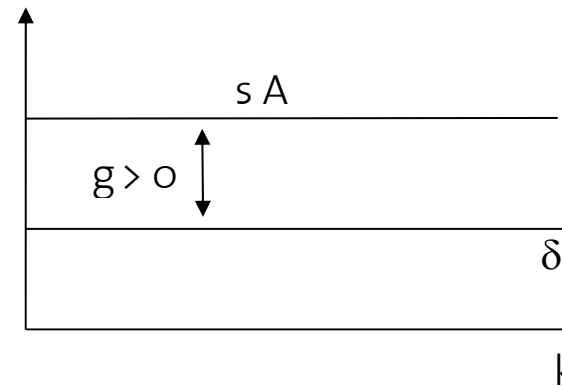
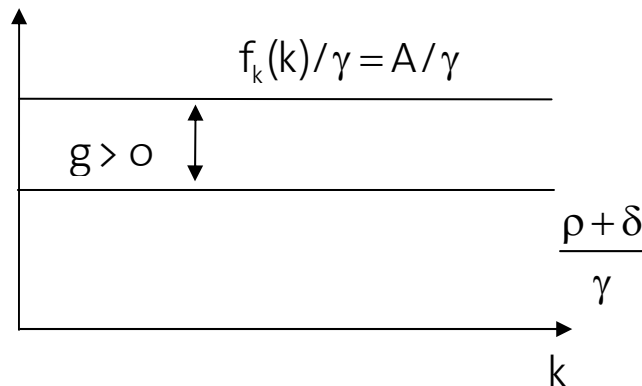
Definition k: → aggregierter Kapitalstock

→ umfasst nicht nur physisches Kapital, sondern z.B. auch Humankapital,...

Langfristiges Wachstum:

→ Im Solow-Modell: $g = s \frac{f(k)}{k} - \delta = s \frac{Ak}{k} - \delta \stackrel{!}{>} 0 \Leftrightarrow sA > \delta$

→ Im Ramsey-Modell: $g = \frac{1}{\gamma}(f_k - \delta - \rho) = A - \delta - \rho \stackrel{!}{>} 0 \Leftrightarrow A - \delta > \rho$



Alternative Ansätze, um einem fallenden Grenzprodukt des Kapitals entgegenzusteuern:

Steigerung der Effizienz des Einsatzes der Produktionsfaktoren durch z.B.

- Investitionen der Unternehmen in Forschung und Entwicklung
 - Verbesserung bestehender Produkte (Prozessinnovationen)
 - Entwicklung neuer Produkte (Produktinnovationen)
- Investitionen der Unternehmen und Haushalte in Humankapital
- Investitionen des Staates z.B. in Infrastruktur
- Learning-by-doing